

内部资料，未经作者同意

不得公开报道、引用和转载

# 珠算与珠心算

## 研究参考

中国珠算心算协会

第2期（总第29期）

2023年1月9日

### 珠算对幼儿数学启蒙教育的作用及思考

在与海外学术专家朋友的交流中，有两个人对中国珠算的评价令我印象非常深刻，一位是华裔数学家程贯平先生，他提到珠算能够极大促进孩子对于数学启蒙教育的接受度；另外一位是被誉为“欧元之父”的诺贝尔经济学奖获得者蒙代尔先生，他参观完珠算博物馆后感叹“这或许是全世界孩子学习数学的一把钥匙”。到底是怎样的原因才使这两位数学领域具有深厚底蕴的大师对算盘产生如此感叹呢？

对于全世界的孩子而言，数学的启蒙教育都是具有挑战性和深刻实践意义的——当然我也要强调，我提到的是相对广义的“数学启蒙教育”，并非特指我们学前班或者小学进行的学龄教育内容，而是指在幼儿的生活里，对世界建立一个原生态的“定

量化的认知”或者说“数学认知”，更具体点，就是建立一种对数字的直觉感受——比如说，一辆车，一个人，两个苹果……这样用基本的数字概念来描述和理解现实，这种数学概念是在幼儿的语言学习以及日常生活中自发形成的，显然要早于特指的学龄教育内容。

为什么要强调这样一种概念呢？因为这对儿童的数学学习——甚至对许多其他领域内容的学习都尤为重要。

请允许我在这里再插举另一个重要的例子：

你可以想象一下，你面前放了一杯饮品，我称之为“一号饮料”：原料是一半的橙汁，一半的咖啡，以及两勺糖。因此即使你没喝过，也能猜到这种“咖啡的苦涩中带着果味酸甜”的口味。当有其他人问到你“一号饮料”风味如何，你也会这样跟他描述：“嗯，酸涩的口感，还有咖啡的苦涩，当然如果多加一些糖就会好很多了。”这种认知是基于你的逻辑推理，你其实并没有真的喝到过，但你能够通过已经有的东西去旁推侧引地“知道”，甚至能够描述出来。为了方便起见我们称这种知识为“在逻辑层面的认知”。

或者，我不告诉你“一号饮料”是什么味道，只是请你喝一口。顿时这种奇怪的味道充斥你的味蕾。你深刻地“知道”了这种味道，如果要描述出来可能需要逻辑分析思考，但在这之前你就已经“知道”。也为了方便起见，我们称这种知识为“在觉受层面的认知”。

这两种知识充满了我们的脑袋，有的是通过逻辑推理分析出的，也有的是直觉化直接感受到的。前者能够帮助我们举一反三，

从而高效地学习；后者更为基础，记忆更加深刻，多年以后，你依旧能记得“一号饮料”的口感。

对于教育界的同仁而言，能够很容易得知，“在觉受层面的认知”对幼儿教育的启蒙是有极大的帮助的。

那么回到数学启蒙教育的话题，对幼儿来讲，其实  $1+2=3$  这样一个概念，最难的点不在于计算，而在于理解“1”是什么，“2”是什么，“+”又是什么意思。

他会拼命地去思考：1 代表一个苹果，然后再来两个苹果，桌子上一共是几个，好吧数一数貌似是一二三。（这个过程并不提倡掰手指。）

这个过程除了考虑逻辑推演能力，更需要具备一定的符号的解读能力，这样一来就会给教育的双方造成很多困扰。更遑论还有相当比例的孩子可能是读写障碍，即不能够阅读抽象的符号。

程贯平教授曾提到一个例子：他在美国任教期间，发现有批儿童，有“阅读障碍症”，也就是说，这些小孩无论怎么教就是不会认字。后来，在费城有个学者发现到了一个奇异的现象，拿英文字母 A、B、C 给有阅读障碍的小孩看，他们就是无法接受这些英文符号；然而拿中文字，如“人、大、小、山”等来教他们，惊人的事就发生了，那些小孩不但能记下中文字，并能了解其中的意义。于是“阅读障碍”之谜就被揭穿了，原来，有困难的小孩，并非是大脑中的语文功能出了问题，他们只是无法接受抽象的英文符号，而中文是象形的，于是他们就会认了。

同样的，“无法接受抽象的符号”，不只是出现在认字之上，在用符号来做数学的运算上，也出现了类似的问题：儿童在认识

阿拉伯数字 1、2、3 再加上抽象的符号运算的过程中，发现学习过程有许多困难，难道就没有一种合理的过渡，帮助孩子们快速地了解 1、2、3 到底代表什么吗？后来我发现，中国的算盘是这其中最好的工具。

不但如此，如果按照“一号饮料”的思维，算盘其实是为所有孩子提供了一种“亲身体会数字”的工具。当一个孩子在全盘拨入一的时候，他自然而然地体会到了 1 这样一个概念，对于每一个数字都是亲手拨动，同样的拨入 2，加上 3，减去 4，这一系列操作的过程，你的手与脑也在同频率地配合，看到听到的符号与实体的拨珠相合，在脑中形成了关于数学的底层逻辑的直觉化认知。就如同你尝了一口“一号饮料”，孩子们再也不用拼命去记忆和联想那些苹果和梨了。

在很早时候与中国教育科学研究院专家共同探讨一个关于全脑训练的课题时，我们发现，大多数成年人对数字的直观感受——或者说直觉化认知是在 5 以内的，也就是说如果不加以刻意训练，我们能够一眼认出 5 以内数量的物体，比如桌子上 5 个苹果、5 本书，如果有 7 本，那你会不自觉将其分解成为  $4+3$ 、 $5+2$ ，并且快速运算得出结果。这很可能是与我们的手指有 5 根这样一个直觉化的观感对应。而这样的直觉化认知被学习算盘的人拓宽到了很大，可以简单理解为他大脑的“带宽”被大大拓展了，可以直觉化地读入更大数字。在现实生活与工作中，意味着你大脑同步读入和处理的信息宽度被大大拓展了。可惜的是当时我们并未对其做更深的定量化实验与分析。这些还只是我们的推断。

不论是珠算还是珠心算，在拨珠、计算的过程中，人的手或

者意识是在进行一些“表象操作”的，这一过程中包含许多数理知识与规律，潜移默化中形成了我们的逻辑思维与认知。比如补数这个概念， $1+9$ 、 $2+8$ 、 $3+7$  这些数组成对其和为 10，珠算的计算中，孩子会对这些数组形成一种直觉化的互补感觉，这是逻辑记忆与背诵所难以达到的。

再比如珠算在打“定数”过程中，假定定数为“9”，在 9 的基础上不断计算加 9 后所得结果，我们很容易口算出是 9、18、27、36……的等差数列，其十位不断增加 1，而个位在不断递减。要从乘法表中看到这一规律是困难的，但在珠算中孩子能够非常轻易地“感知”到。

无独有偶，许多学科中，大量需要逻辑记忆的知识，总是有一些最底层直觉化认知作为基础。比如音乐中，除了眼花缭乱的乐理知识与符号，其背后还有一种直觉化的对音乐的感知，我们称之为“乐感”；在英语中，大量的单词记忆与语法逻辑背后，有一种对外语的直觉化认知，我们称之为“语感”。

我们或许可以将珠算学习过程中锻炼出的对数字的直觉化的“觉受层面的认知”称之为“数感”。而启迪“数感”，其实是珠算在数学启蒙教育里的一个非常神奇的功能，能够在纸笔、公式、符号和演算法则之外，成为学习数学的一个支点。

这也许就是“欧元之父”蒙代尔先生所感叹的“钥匙”吧。

伟大的印度数学家拉马努金以其敏锐的数学天赋闻名世界，同期的大数学家哈代都甘拜下风。有一次哈代送拉马努金去医院看病，拉马努金看到车牌号是 1729，他跟哈代说这个数字很特殊，哈代想了很久也没觉得有啥特殊的，拉马努金笑着说：这个

数字可以用两种不同的方式写成两个数的立方之和，而且它是具有这种特性的数字中最小的整数，也就是  $1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$ ，而下一个有这样规律的数是 4104。

这种天才的数学直觉或许我们无法得知该如何去复现，但从过去的珠算教育中，我们也发现很多孩子逐渐具备了超出常人的对于数学的敏感度与感知力，尤其是对数理关系的深刻理解和创造性运用极具优势。这或许是下一阶段值得我们去深入探索的领域。

文章作者：

马鑫 北京神墨文化传播有限公司发展研究中心主任

---

报：教育部基础教育司，民政部社会组织管理局，财政部办公厅、科教和文化司、人事教育司，文化和旅游部非物质文化遗产司，中国珠算心算协会会长、副会长，中国财政科学研究院院长、副院长

送：中国财政科学研究院人事处、教科文研究中心、珠心算研究院；中国珠算心算协会常务理事

---